4)a- Q est le projeté orthogonal de P sur $[OP']$ $\Rightarrow$ $(PQ) \perp (QO)$

$\Rightarrow$ POQ est rectangle en Q

Or $\widehat{POQ}=\widehat{POP'}=\frac{\pi}{4}$ car P'=r(P) donne $\widehat{\left(\overrightarrow{OP};\overrightarrow{OP'}\right)} \equiv \frac{-\pi}{4}$ $[2\pi]$

par suite $\widehat{OPQ} = \pi - \left(\widehat{PQO} + \widehat{POQ}\right) = \pi - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

Ainsi $\widehat{POQ} = \widehat{OPQ}$ donc OPQ est isocèle en Q.

Bilan : OPQ est rectangle et isocèle en Q.

b- • OPQ est rectangle et isocèle en Q $\Rightarrow$ $\frac{OQ}{OP} = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (3)

• $\widehat{\left(\overrightarrow{OP};\overrightarrow{OQ}\right)} \equiv \widehat{\left(\overrightarrow{OP};\overrightarrow{OP'}\right)}$ $[2\pi]$ car $P' \in [OQ]$

$\equiv \frac{-\pi}{4}$ $[2\pi]$ (4)

Ainsi (3) et (4) permettent de conclure que $\underline{S(P) = Q}$.

c- $I = A * B$ et $I = O * I'$ donc OBI'A est un parallélogramme

De plus $(OI)\perp(IA)$ et OB=OA ce qui donne OBI'A est un carré.

* OBI'A est un carré donc $\overrightarrow{BI'} = \overrightarrow{OA}$

$\Rightarrow \overrightarrow{S(B)S(I')} = \overrightarrow{S(O)S(A)}$ (car S conserve l'équipollence)

$\Leftrightarrow \overrightarrow{JS(I')} = \overrightarrow{OI}$

** $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{JB}$ donc OIBJ est un parallélogramme

d'où $\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{JB}$

De * et ** on déduit que $\overrightarrow{JS(I')} = \overrightarrow{JB}$ ce qui donne $\underline{S(I') = B}$.

d- Posons $O_1=O * B=I * J$ car on vient de montrer que OIBJ est un parallélograme.

Soit h_1 l'homothétie de centre O et de rapport 2.

On a : $O_1=I * J$ donc $h_1(O_1)=h_1(I) * h_1(J)$ car h_1 conserve les milieux

signifie que $B = I' * J'$

alors $S(B)=S(I') * S(J')$ (conservation des milieux)

équivalent à dire $J = B * S(J')$

Or $J = B * C$ donc $\underline{S(J') = C}$

II-1) $\otimes$ (JI) = méd[OB] car JB = JO et IB = IO